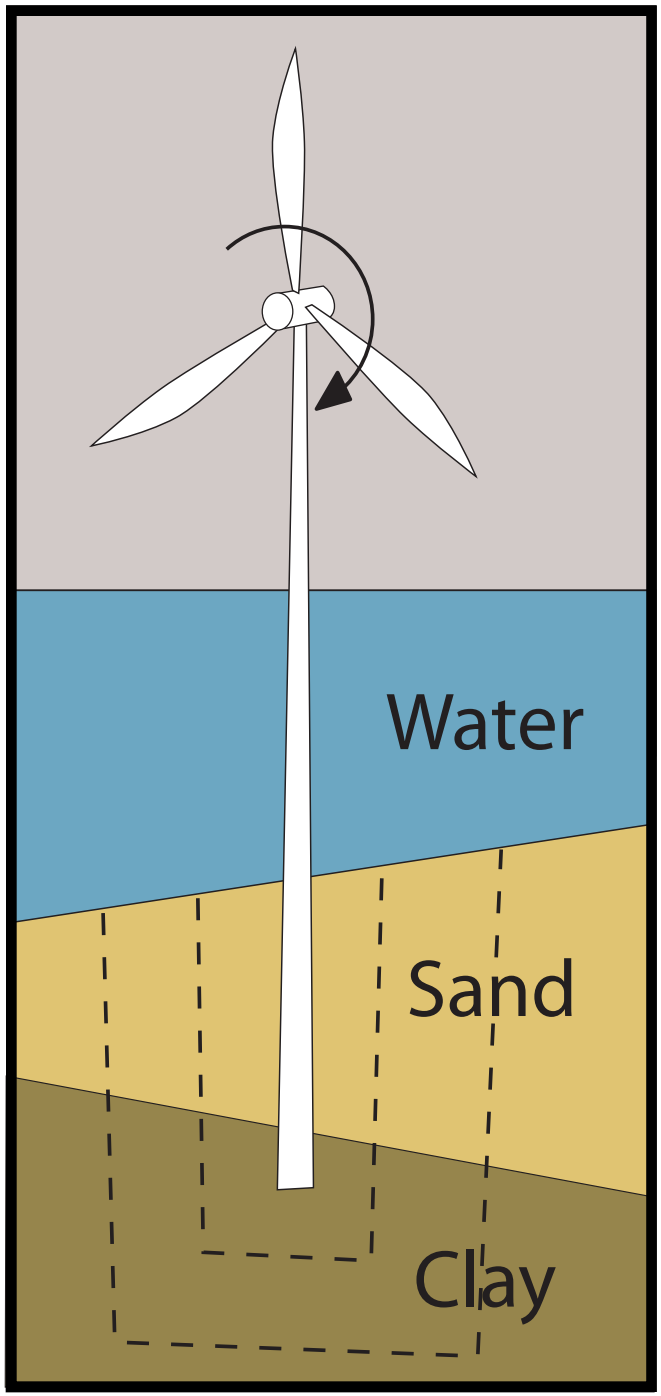


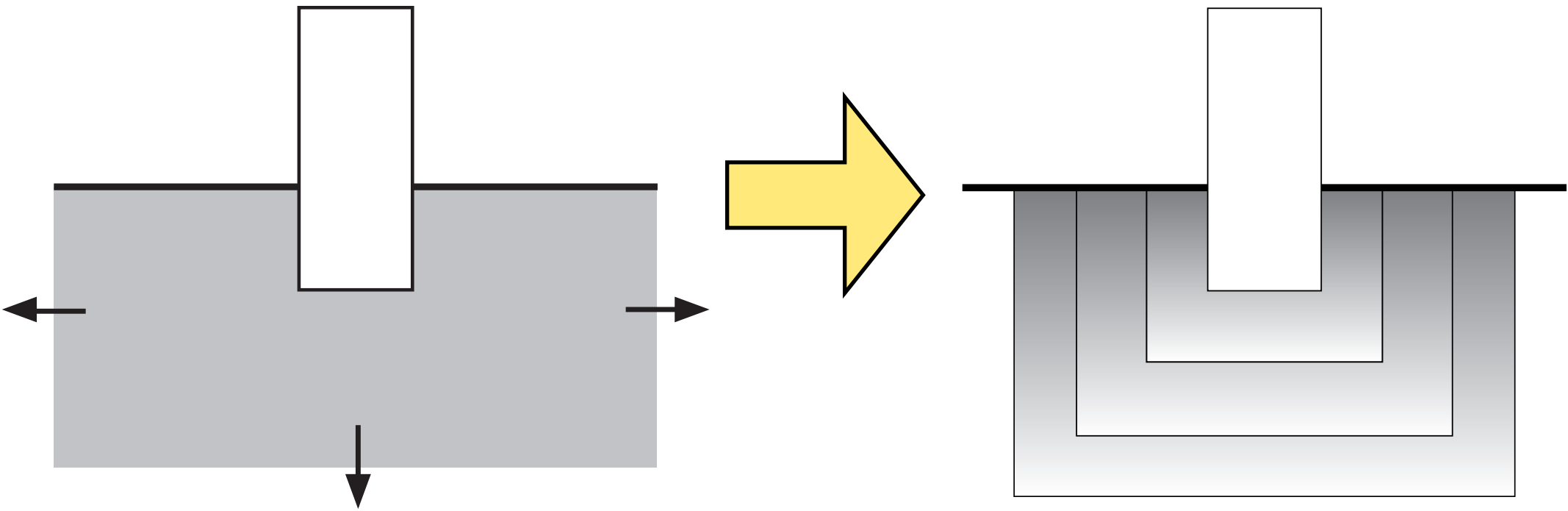
Konkave-Elemente und deren Anwendung bei der Interaktion von Boden und Bauwerk

Elisabeth Anna Malsch

~

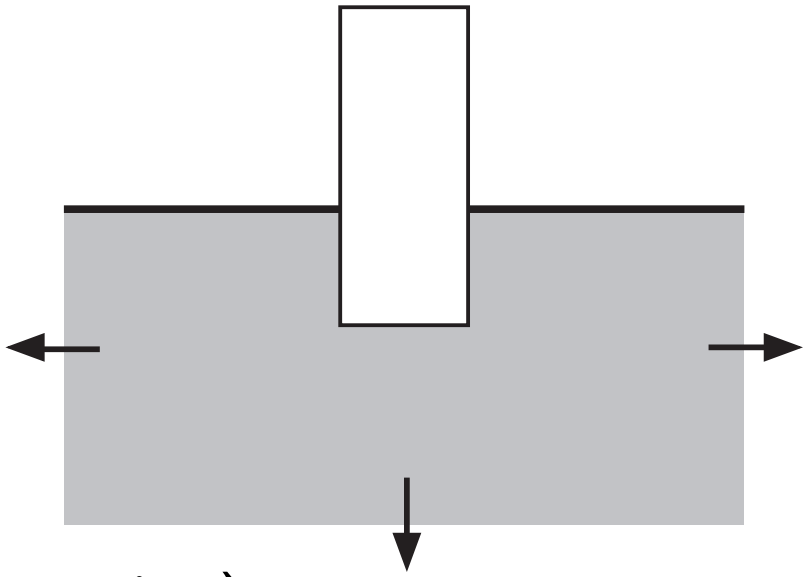
Mechanik-Kolloquium/Seminar, TU Braunschweig.
17. Juni, 2004

Die Baustruktur ist in einen unbegrenzten Boden eingebaut



Gibt es eine effiziente Methode die die ungefähre Kalkulation vom statischer und dynamischer Steife des Bodens ermöglicht?

Methoden für unbegrenzten Medien

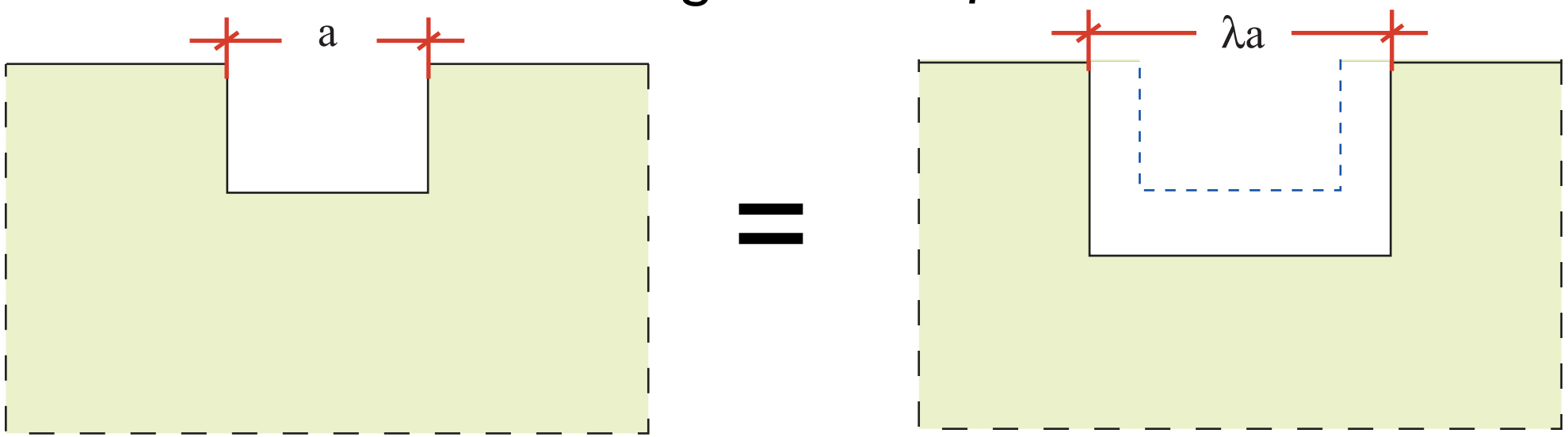


- Exakt:
  - Green-Funktion, Conformal Mapping
- Differenzielle Gleichung (*Field equation*)
  - Rand-Element Methode (*Boundary element*)
- Nahen Randwerte (*Surface boundary conditions*)
  - Unbegrenzte-Elemente (*Infinite element*)
- Nahen und weiten Randwerte (*Sommerfield radiation*)
  - Selbstähnliche Modellierung (*Cloning method*)

Selbstähnliche Element Methode (Cloning)

Einfachstes Exemplar: die statischen Steife (Static Stiffness)

- *Ähnliche Formen, die im gleichen Material enthalten sind, haben die gleiche Steife.*



- *Die Steife des ausgeschnittenen Stückes, des konkaven Teils, die Steife das unbegrenzten Bodens repräsentieren.*
- *Die Erweiterung der Methode für dynamische Steife verlangt auch, daß ähnliche Formen sich proportional verhalten.*

Quadratisches Matrix Funktion (Quadratic Matrix Equation)

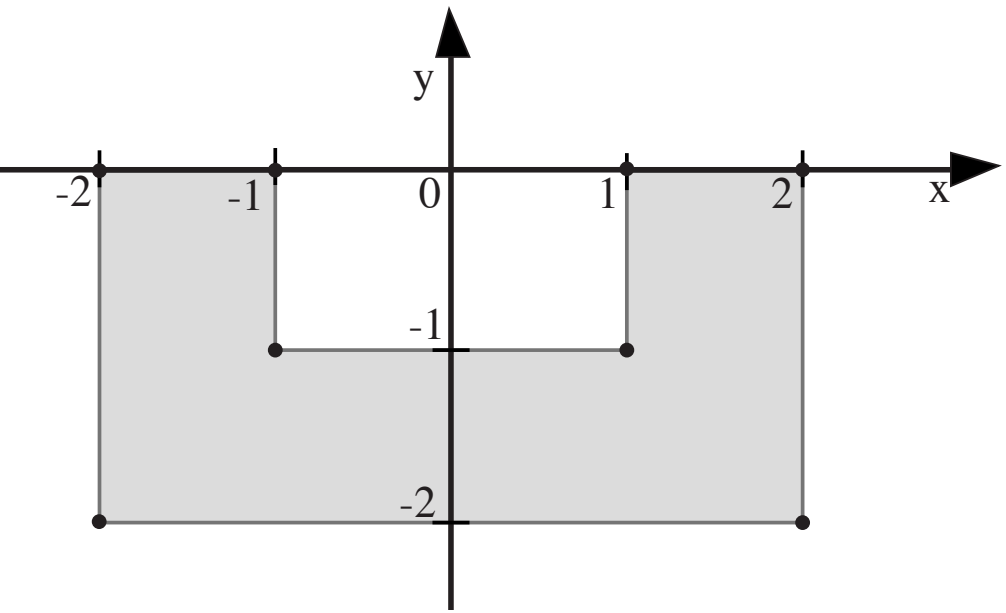
Die Gleichung von Kraft und Versetzung im konkaven Element (Force-Displacement Equation)

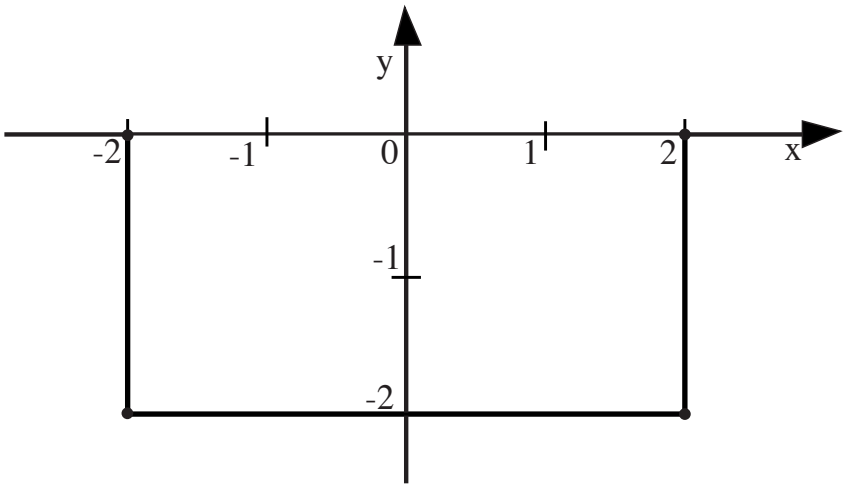
$$\left\{ \begin{array}{c} \{f_1\} \\ \{f_2\} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{u_1\} \\ \{u_2\} \end{array} \right\}$$

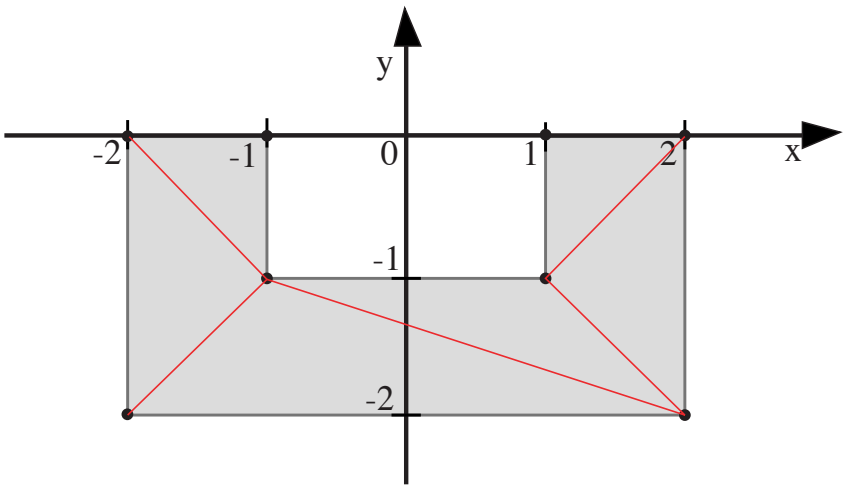
Gleichgewicht am Rand (Inter-element Equilibrium).

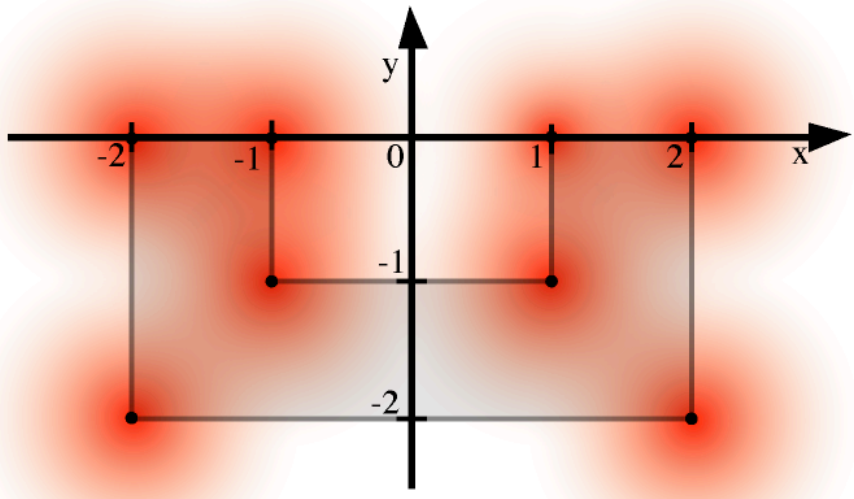
$$K_1^* = K'_{11} + K'_{12}[K_2^* + K'_{22}]^{-1} K'_{21}$$

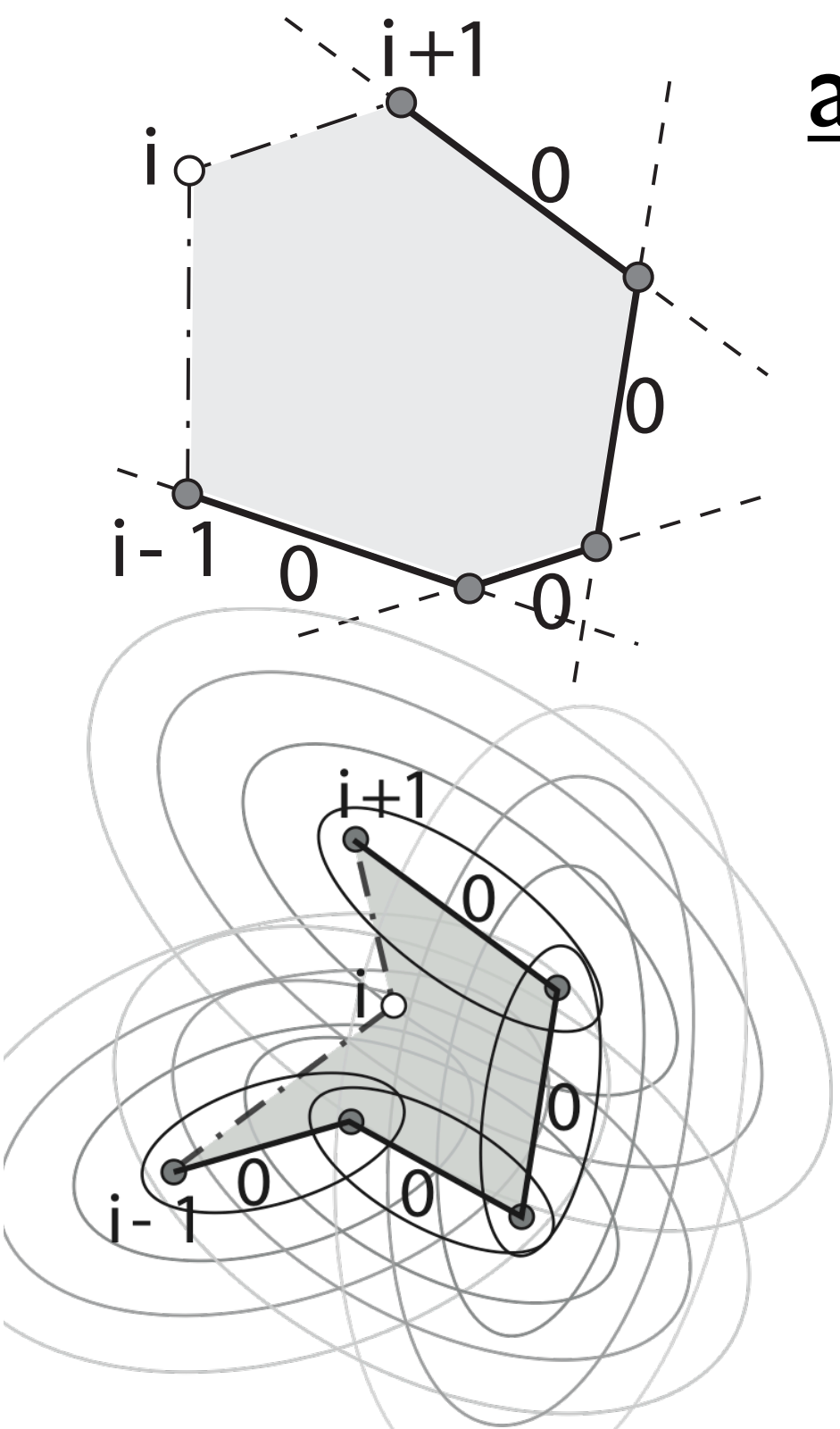
die Repräsentation des konkaven Elementes:







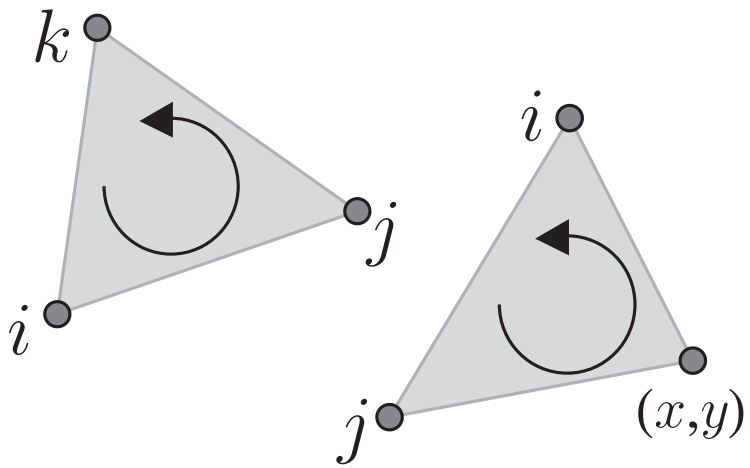




allgemeine Formulierung für finite Elemente

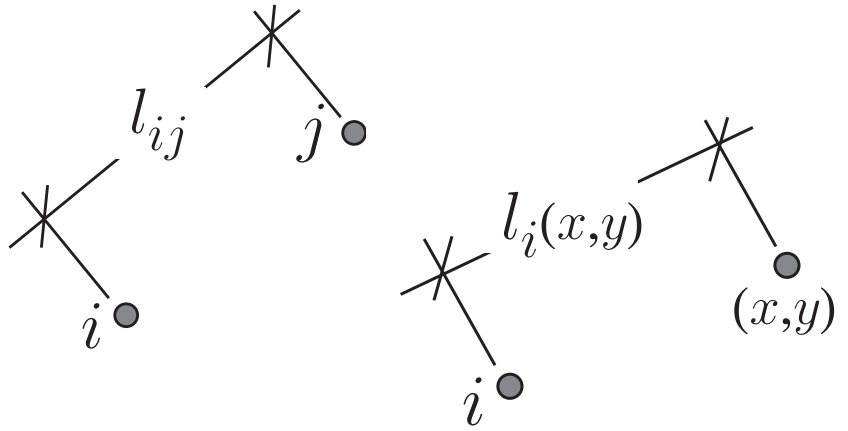
- Für jeden Randteil wird eine Funktion definiert, die nur am Randteil zu Null evaluiert.
- Diese Funktionen werden dergestalt multipliziert, dass ihr Ergebnis am Rand nur dann nicht Null ist, wenn es neben dem genannten Punkt liegt.
- Dann wird die Funktion normalisiert.

Flächengrößen



$$\triangle(i,j,k) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix}$$

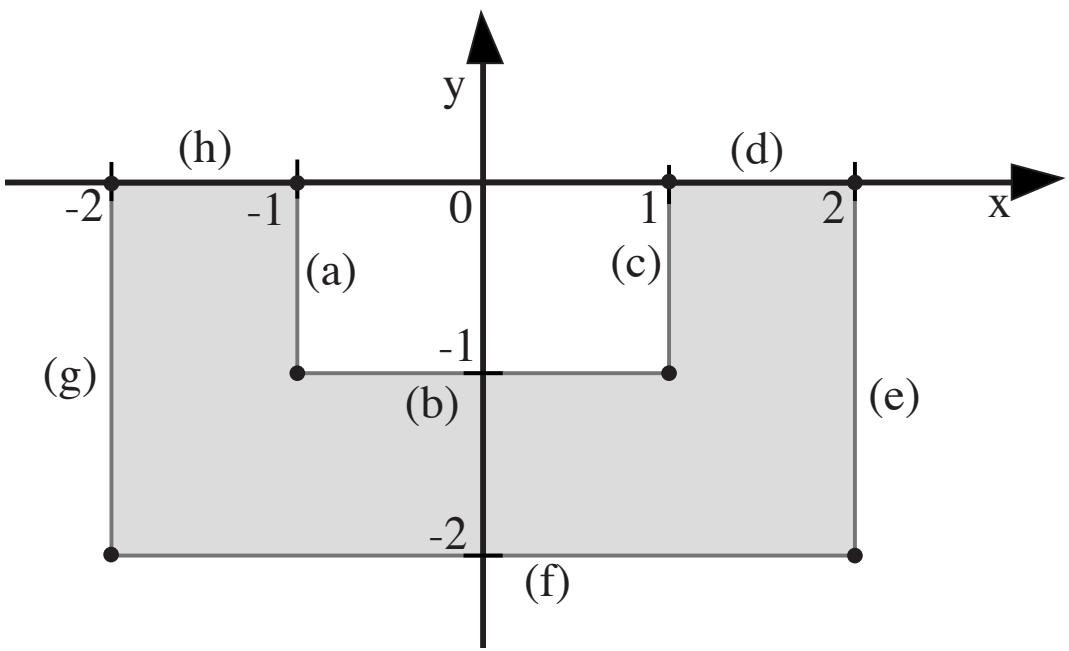
Längen



$$l_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

Beispiel vom konkaven Element:

Die Randteile die außerhalb des Elements liegen, sind konvex und können mit einfachen linearen Funktionen definiert werden.



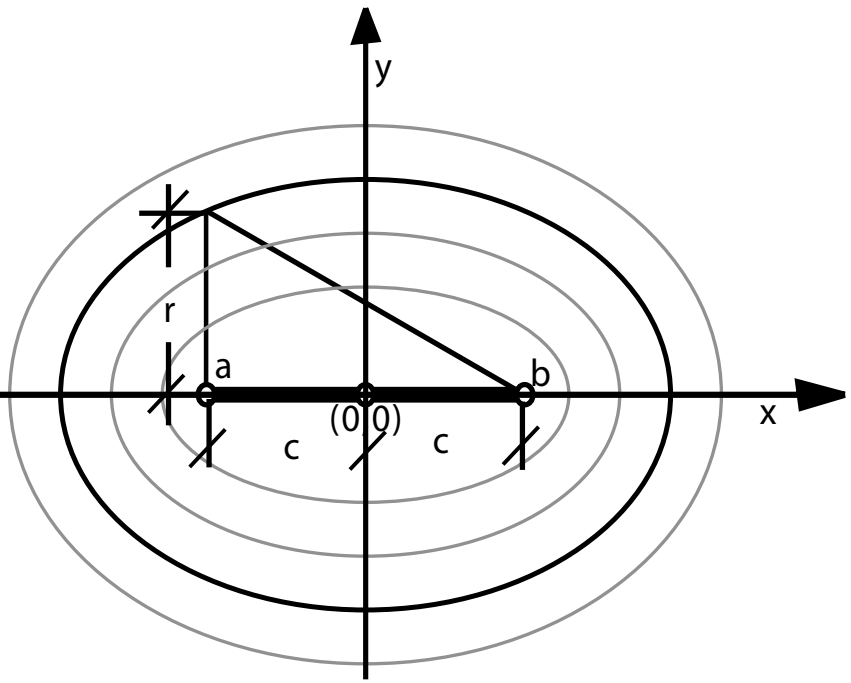
$$r_g(x, y) = x + 2$$

$$r_f(x, y) = y + 2$$

$$r_e(x, y) = x - 2$$

Um die Ecke...

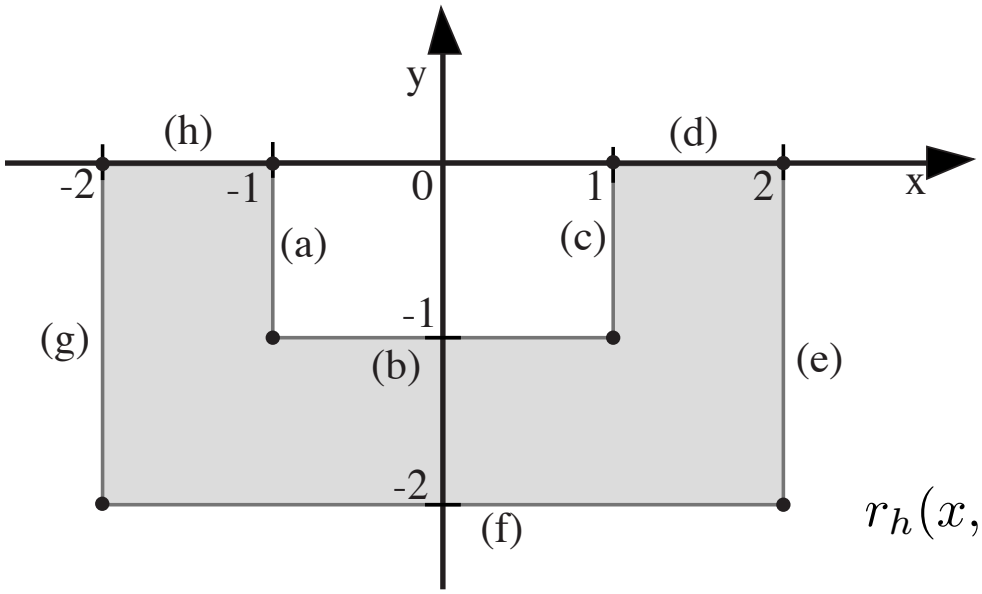
Die Randteile, die nicht ausserhalb des Elements liegen, können nicht mit einer einfachen linearen Funktion beschrieben werden.



Eine Funktion dessen Währt nur an dem Randteil von **a** nach **b** Null ist:

$$\frac{l_{ab}((l_b(\vec{x}) + l_a(\vec{x}))^2 - l_{ab}^2)}{2(l_b(\vec{x}) + l_a(\vec{x}))}$$

Diese Funktion kann die konkaven Ränder bezeichnen:



$$\frac{l_{ab}((l_b(\vec{x}) + l_a(\vec{x}))^2 - l_{ab}^2)}{2(l_b(\vec{x}) + l_a(\vec{x}))}$$

$$r_h(x,y) = \frac{1}{2}\frac{(\sqrt{(x+2)^2+y^2} + \sqrt{(x+1)^2+y^2})^2 - 1}{\sqrt{(x+2)^2+y^2} + \sqrt{(x+1)^2+y^2}}$$

$$r_a(x,y) = \frac{1}{2}\frac{(\sqrt{(x+1)^2+y^2} + \sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2})^2 - 1}{\sqrt{(x+1)^2+y^2} + \sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}}$$

$$r_b(x,y) = \frac{(\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2} + \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2})^2 - 4}{\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2} + \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}}$$

$$r_c(x,y) = \frac{1}{2}\frac{(\sqrt{(x-1)^2+y^2} + \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2})^2 - 1}{\sqrt{(x-1)^2+y^2} + \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}}$$

$$r_d(x,y) = \frac{1}{2}\frac{(\sqrt{(x-2)^2+y^2} + \sqrt{(x-1)^2+y^2})^2 - 1}{\sqrt{(x-2)^2+y^2} + \sqrt{(x-1)^2+y^2}}$$

Die stücken werden kombiniert:

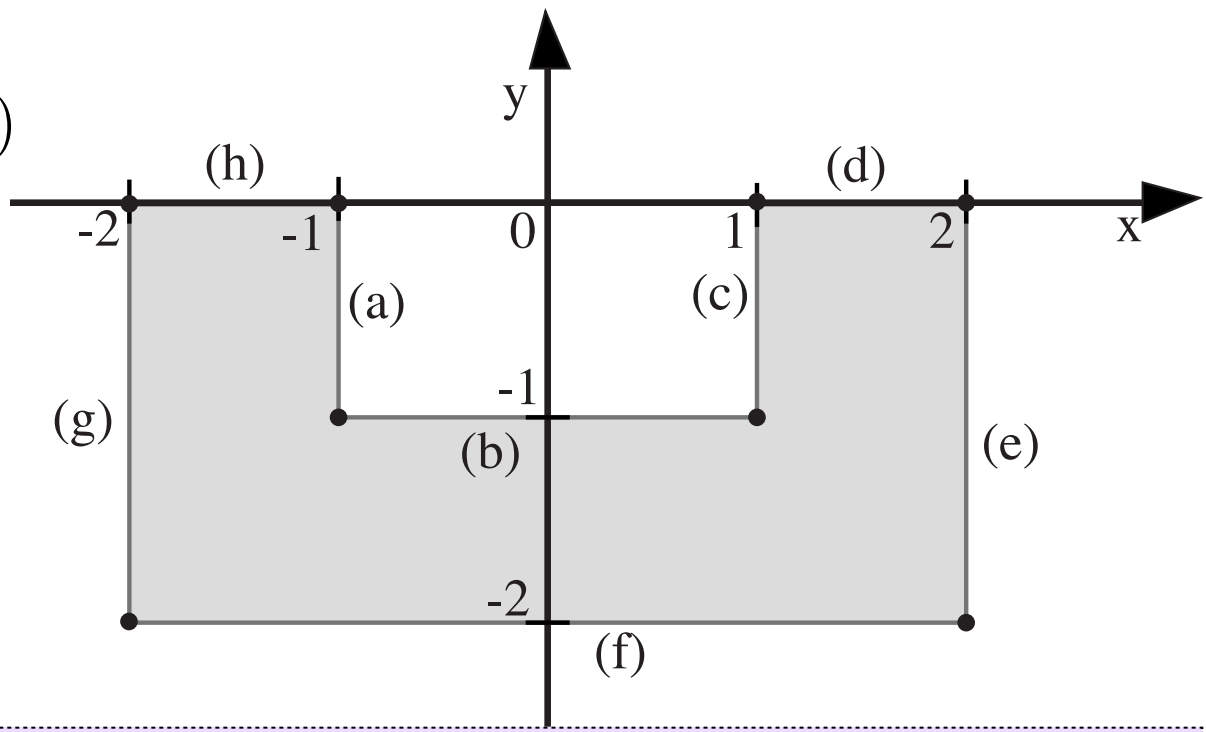
Zähler:

$$1) \quad s_1(x,y) = k_1 r_a(x,y) r_b(x,y) r_c(x,y) r_d(x,y) r_e(x,y) r_f(x,y)$$

$$2) \quad s_2(x,y) = k_2 r_b(x,y) r_c(x,y) r_d(x,y) r_e(x,y) r_f(x,y) r_g(x,y)$$

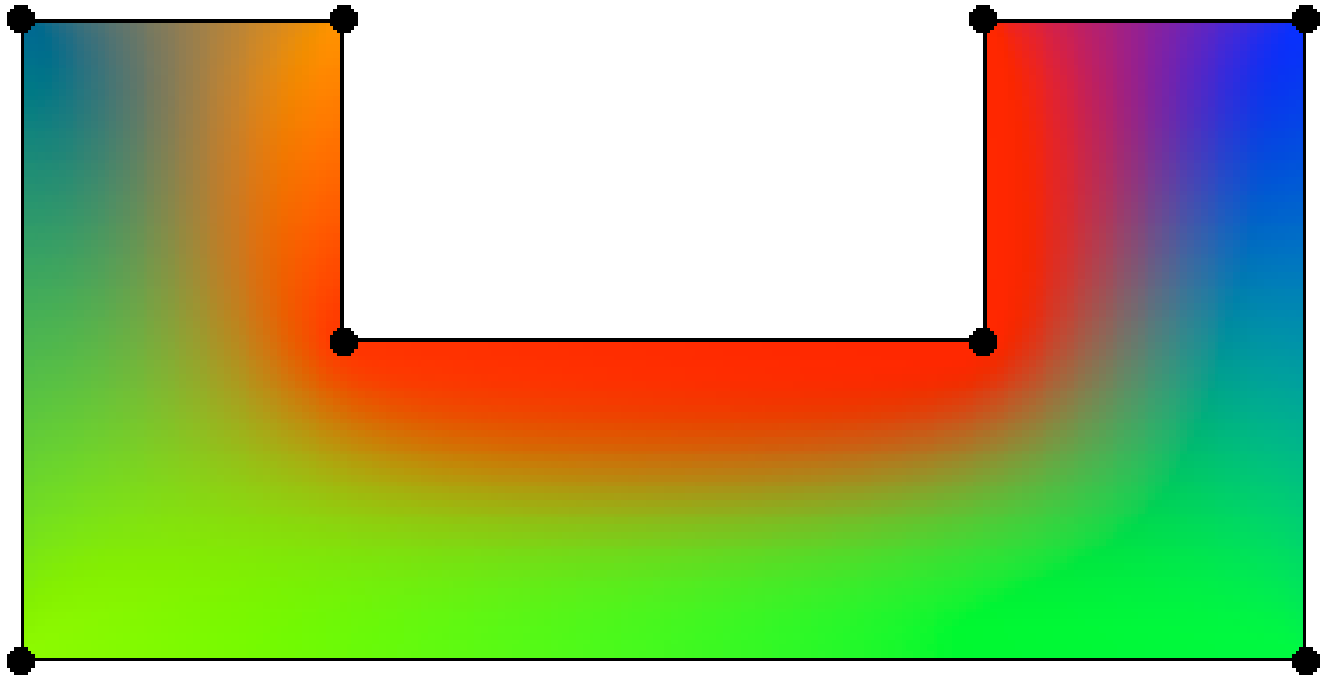
$$\vdots$$

$$i) \quad s_i(x,y) = k_i \prod_* r_j(x,y)$$

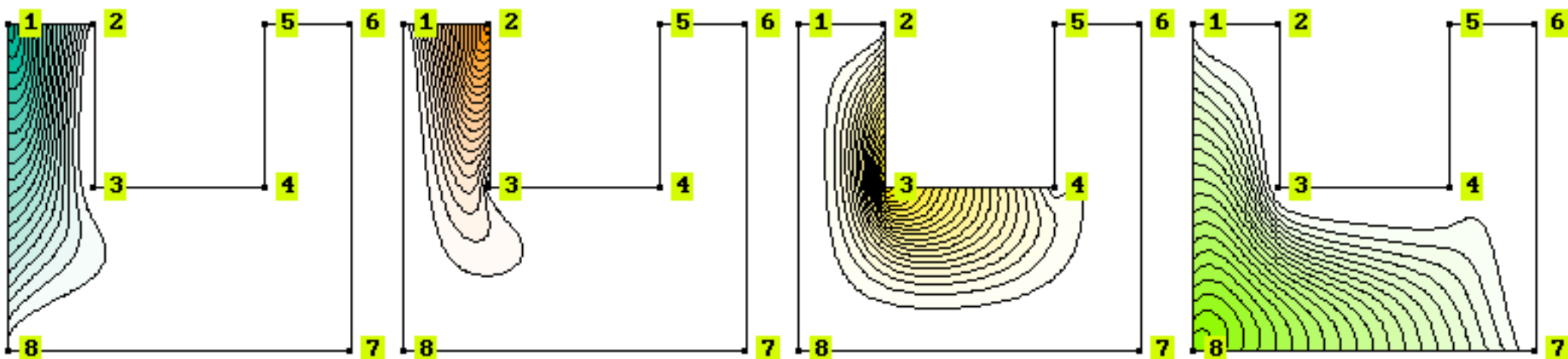


Normalizierung:

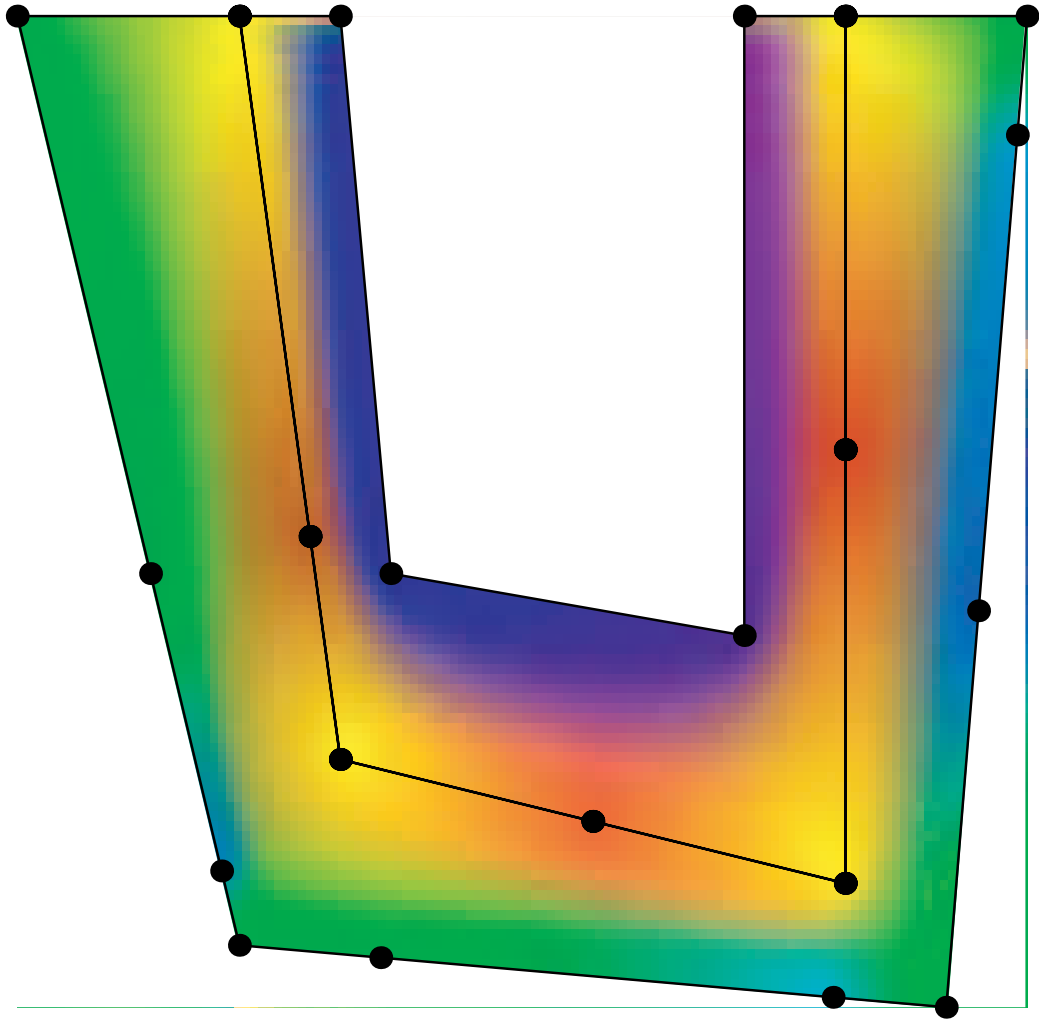
$$N_i(x,y) = \frac{s_i(x,y)}{s_1(x,y) + s_2(x,y) + \cdots + s_8(x,y)}$$



Das Ergebnis ist eine Interpolation die im Elementgebiet differenzierbar ist.

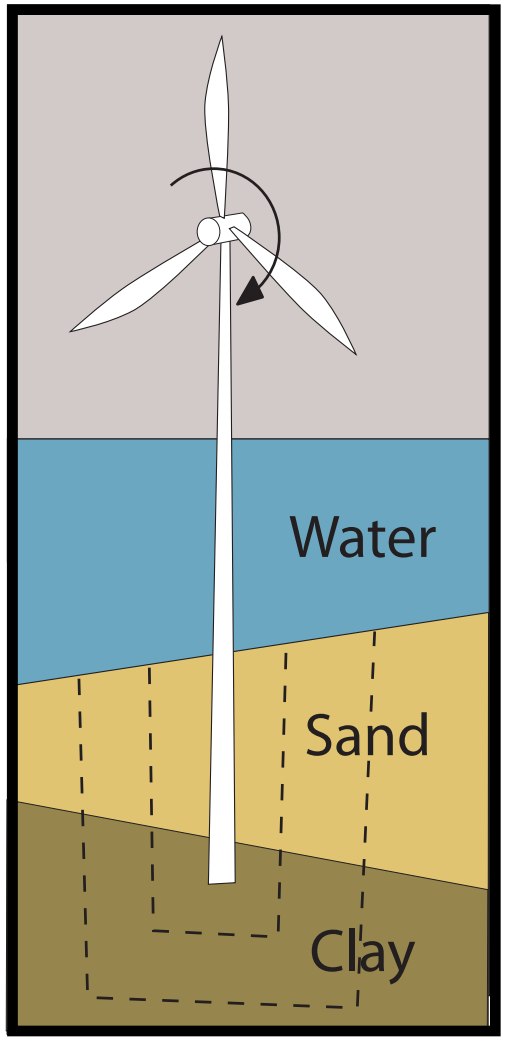


Die Annäherung ans richtige Ergebnis wird durch die Zugabe von mehreren Verwertungspunkten ermöglicht.



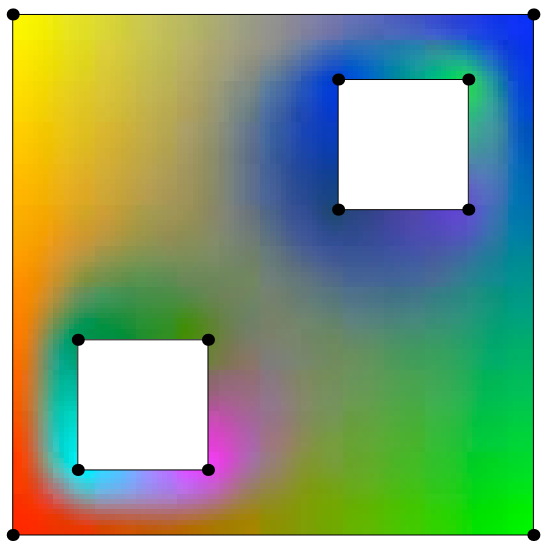
Forschungsplan:

- Zweidimensionale Formulierung
- Vergleich mit dem Randelement und den Ergebnissen von anderen Selbstähnlichen Methoden
- Dreidimensionale Formulierung
- Wind-Turm Bodenstruktur (footing) Modellierung
- Verschiedene Grundmaterialien



Frühere Projekte und anderen Anwendungen von konkaven Elemente

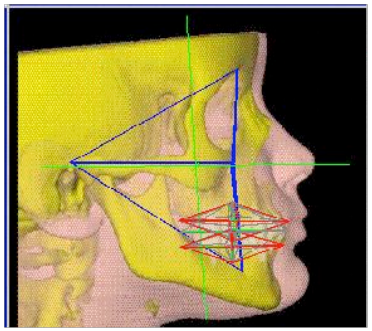
- Graphische Anzeige (*Graphical rendering*)
- Wachstumsanalyse von wenigen gemessenen Werten gewinnen (*Growth analysis from limited data*)
- großen Deformationen (*Large deformation*)

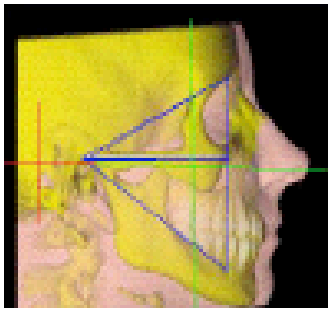


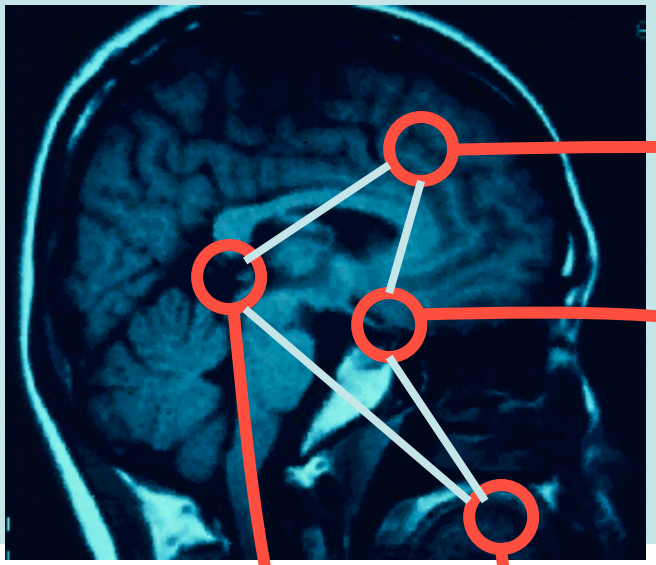




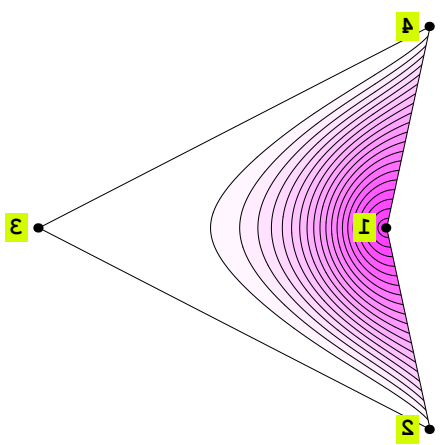
Wenigen Daten:

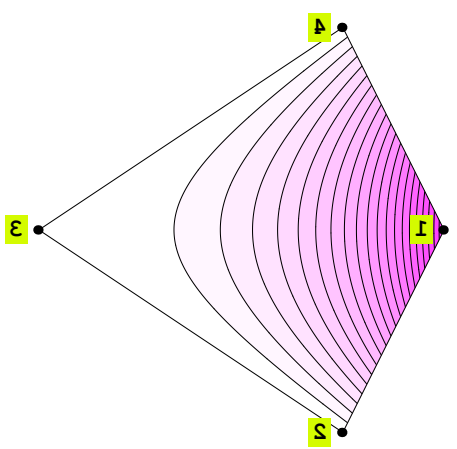






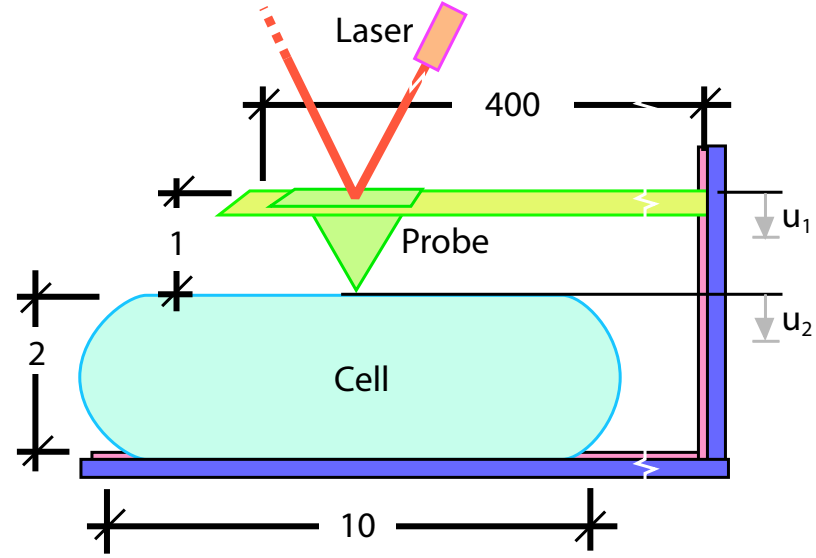
MRI





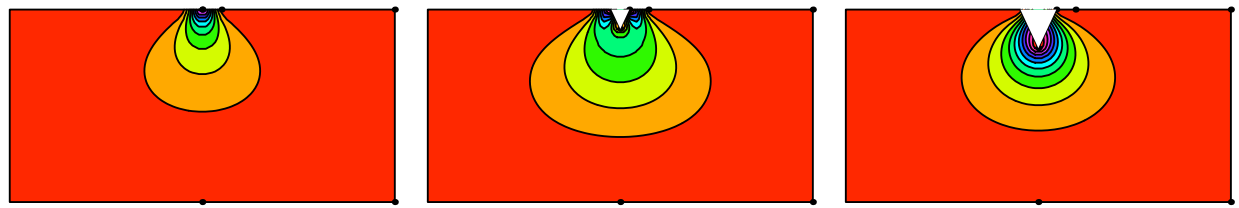
Maxio-facial frame

Großen Deformationen und das Kontaktproblem (Large Deformation)

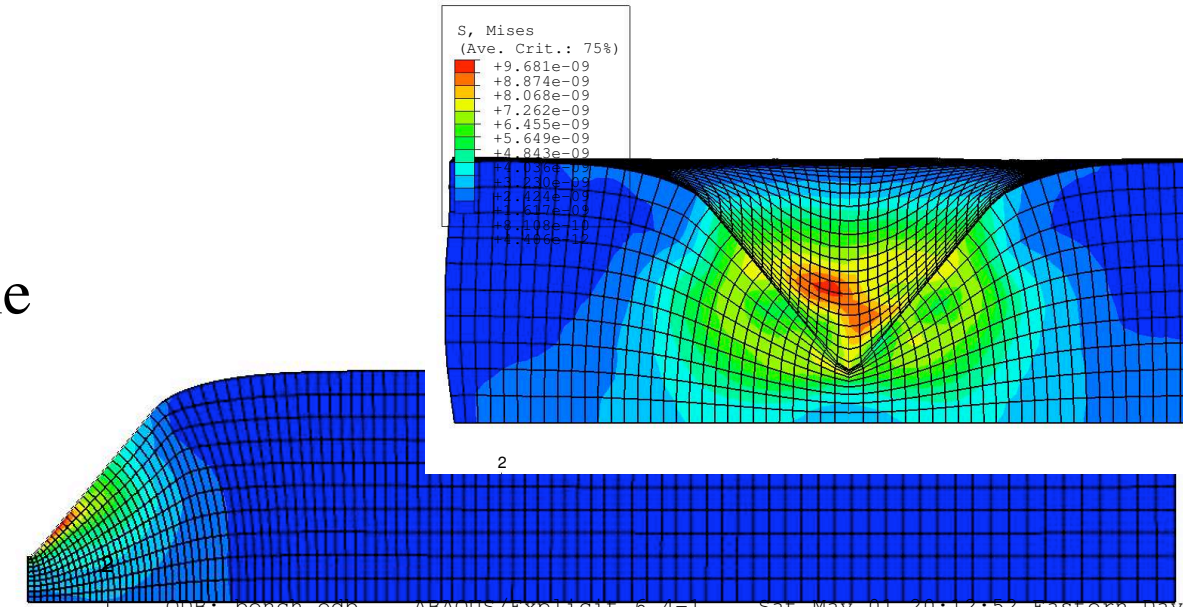


Atomic Force Microscopy

Anfang der Analyse mit einem konkaven Element



Zwei und dreidimensionale ABAQUS Simulation



Alexander von Humboldt Stiftung
http://www.humboldt-foundation.de

Department of Civil Engineering
& Engineering Mechanics,
Columbia University
Guggenheim Flight Fellowship
NSF Grant CMS: 9820353
NSF Grant CMS: 0202232

Prof. Gautam Dasgupta
Prof. Eugene Wachspress
Prof. Kevin Costa (NSF Career Grant)

Danke!



